MINISTÉRIO DA AERONÁUTICA
CENTRO TÉCNICO AEROESPACIAL
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

CADERNO DE QUESTÕES

MATEMÁTICA E DESENHO GEOMÉTRICO

VESTIBULAR DE 1979

INSTRUÇÕES

1. Esta prova consta de 15 (quinze) questões do tipo Teste de Múltipla-Escolha, sendo as 10 (dez) primeiras de MATEMÁTICA e as 5 (cinco) últimas de DESENHO GEOMÉTRICO. Verifique se seu Caderno de Questões está completo.

2. A duração da Prova é de 04h00.

3. Além deste Caderno de Questões, Você receberá o Caderno de Respostas, papel para rascunho e, antes de terminar a Prova, o Cartão para marcação das respostas.

4. Assinale seu Cartão com cuidado, calcando bem o lápis nº 1 no espaço correspondente à alternativa escolhida.

5. Só assinale no Cartão as questões realmente resolvidas no Caderno de Respostas, pois somente estas serão consideradas para avaliação.

6. Apenas as Questões de Desenho Geométrico deverão ser resolvidas por métodos gráficos.

7. Para cada questão assinale somente uma alternativa; mais de uma resposta anula a questão.

8. Não será permitido o uso de régua de cálculo, máquina de calcular, tabelas, formulários etc. , bem como empréstimo de material.

9. Ao término da Prova, todo material deverá ser devolvido ao FISCAL, exceto o Caderno de Questões.

1. Sejam A, B, C matrizes reais 3×3, satisfazendo às seguintes relações: $AB = C^{-1}$, $B = 2A$. Se o determinante de C é 32, qual é o valor do módulo do determinante de A ?

( ) A 1/16
( ) B 1/8
( ) C 1/4
( ) D 8
( ) E 4

2. Se a, b, c são raízes da equação $x^3 - rx + 20 = 0$, onde r é um número real, podemos afirmar que o valor de $a^3 + b^3 + c^3$ é :

( ) A -60
( ) B $62 + r$
( ) C $62 + r^2$
( ) D $62 + r^3$
( ) E $62 - r$

3. Seja f uma função real definida para todo x real tal que : f é ímpar; $f(x+y) = f(x) + f(y)$; e $f(x) \geqslant 0$, se $x \geqslant 0$. Definindo $g(x) = \dfrac{f(x) - f(1)}{x}$, se $x \neq 0$, e sendo n um número natural, podemos afirmar que :

( ) A f é não-decrescente e g é uma função ímpar
( ) B f é não-decrescente e g é uma função par
( ) C g é uma função par e $0 \leqslant g(n) \leqslant f(1)$
( ) D g é uma função ímpar e $0 \leqslant g(n) \leqslant f(1)$
( ) E f é não-decrescente e $0 \leqslant g(n) \leqslant f(1)$

4. Considere o triângulo ABC, onde AD é a mediana relativa ao lado BC. Por um ponto arbitrário M do segmento BD, tracemos o segmento MP paralelo a AD, onde P é o ponto de intersecção desta paralela com o prolongamento do lado AC (figura 1). Se N é o ponto de intersecção de AB com MP, podemos afirmar que :

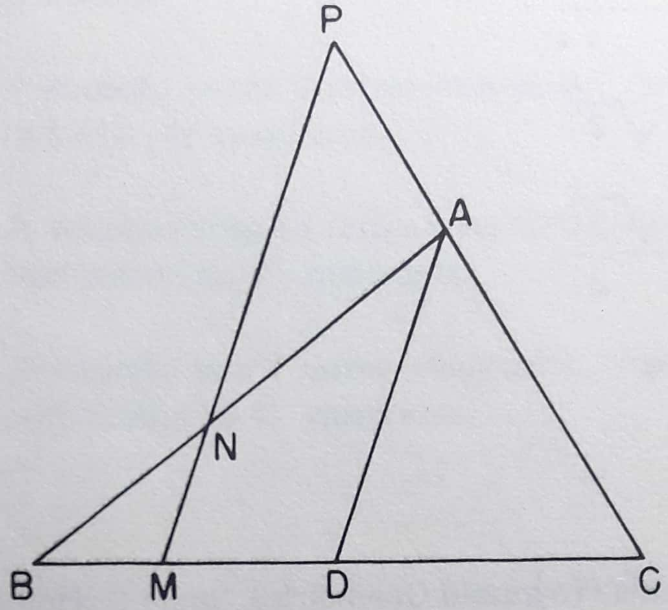

Fig. 1

( ) A $MN + MP = 2BM$

( ) B $MN + MP = 2CM$

( ) C $MN + MP = 2AB$

( ) D $MN + MP = 2AD$

( ) E $MN + MP = 2AC$

5. Se a e b são ângulos complementares, $0 < a < \frac{\pi}{2}$, $0 < b < \frac{\pi}{2}$ e $\frac{sen\, a \;+\; sen\, b}{sen\, a \;-\; sen\, b} = \sqrt{3}$, então $sen\left(\frac{3a}{5}\right) + cos\,(3b)$ é igual a :

( ) A $\sqrt{3}$

( ) B $\frac{\sqrt{3}}{3}$

( ) C $\sqrt{2}$

( ) D $\frac{\sqrt{2}}{2}$

( ) E 1

6. Considere uma Progressão Geométrica, onde o primeiro termo é a, $a > 1$, a razão é q, $q > 1$, e o produto dos seus termos é c . Se $log\,{}^{b}_{a} = 4$, $log\,{}^{b}_{q} = 2$ e $log\,{}^{b}_{c} = 0{,}01$, quantos termos tem esta Progressão Geométrica ?

( ) A 12

( ) B 14

( ) C 16

( ) D 18

( ) E 20

7. Estudando a equação $32z^5 = (z+1)^5$ no plano complexo, podemos afirmar que :

( ) A A equação possui todas as raízes imaginárias, situadas numa circunferência de raio 1.

( ) B A equação possui 4 raízes imaginárias situadas uma em cada quadrante.

( ) C A equação possui 2 raízes imaginárias, uma no 1° quadrante e outra no 4° quadrante.

( ) D A equação possui 4 raízes imaginárias, duas no 2° quadrante e outras duas no 3° quadrante.

( ) E A equação tem 4 raízes imaginárias, duas no 1° quadrante e outras duas no 4° quadrante.

8. Considere o sistema $\begin{cases} (x-y)^2 + x(1+2y) \leqslant 7/8 \\ x - y + a = 0. \end{cases}$

Se $a = a_0$ é o número real positivo para o qual a solução do sistema, $x = x_0$, $y = y_0$, é única, podemos afirmar que :

( ) A $\dfrac{x_0}{y_0} = \dfrac{7}{3}$

( ) B $\dfrac{y_0}{x_0} = \dfrac{6}{5}$

( ) C $\dfrac{x_0}{y_0} = -\dfrac{6}{5}$

( ) D $\dfrac{y_0}{x_0} = -\dfrac{3}{5}$

( ) E $x_0 y_0 = -\dfrac{15}{8}$

9. Considere o tetraedro regular (4 faces iguais) (figura 2) inscrito em uma esfera de raio R, onde R mede $3\ cm$. A soma das medidas de todas as arestas do tetraedro é dada por :

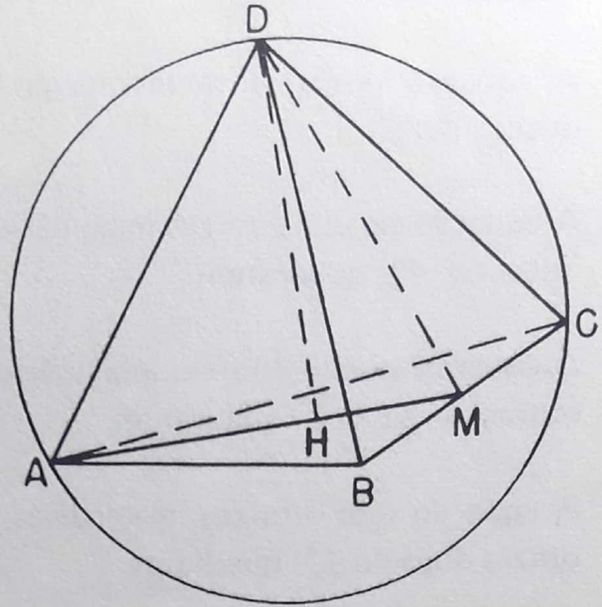

Fig. 2

( ) A $16\sqrt{3}\ cm$

( ) B $13\sqrt{6}\ cm$

( ) C $12\sqrt{6}\ cm$

( ) D $8\sqrt{3}\ cm$

( ) E $6\sqrt{3}\ cm$

10. Considere o problema anterior, isto é, o tetraedro regular inscrito em uma esfera de raio R, onde R mede $3\ cm$, sendo HD sua altura (figura 2). A diferença entre o volume do tetraedro e o volume do sólido gerado pela rotação do triângulo DHM em torno de HD é dada por :

( ) A $\left(8\sqrt{3} - \frac{8}{3}\pi\right)\ cm^3$

( ) B $\left(5\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}\,\pi\right)\ cm^3$

( ) C $\left(4\sqrt{2} - \frac{4}{5}\sqrt{3}\,\pi\right)\ cm^3$

( ) D $\left(3\sqrt{3} - \frac{3}{5}\sqrt{3}\,\pi\right)\ cm^3$

( ) E $\left(7\sqrt{2} - \frac{\sqrt{5}}{3}\pi\right)\ cm^3$

O B S E R V A Ç Ã O

— As questões nº s 11, 12, 13, 14 e 15 deverão ser *RESOLVIDAS GRAFICAMENTE.*

11. Determinar, por construção geométrica, o comprimento da diagonal de um quadrado de área equivalente à da coroa da Fig. 3, representada no Caderno de Respostas.

( ) A *47 mm*

( ) B *57 mm*

( ) C *45 mm*

( ) D *50 mm*

( ) E *62 mm*

12. São dadas duas circunferências, uma com raio igual a *20 mm* e outra com *25 mm*, dois pontos P e Q e duas retas r e s, conforme a Fig. 4, no Caderno de Respostas. As circunferências desenvolvem meia volta sobre as retas, sem escorregar, no sentido horário, partindo dos pontos P e Q, descrevendo duas curvas cíclicas, sendo uma *ENCURTADA* e outra *ALONGADA*. Pede-se determinar o ponto de intersecção das duas curvas.

( ) A *2*

( ) B *4*

( ) C *5*

( ) D *1*

( ) E *3*

13. Dado o eixo maior AB de uma elípse, os focos F_1 e F_2, bem como dois pontos Q_1 e Q_2, conforme Fig. 5, no Caderno de Respostas, pertencentes ao círculo diretor, determinar o ângulo formado por duas retas tangentes à elípse.

( ) A 75°
( ) B 90°
( ) C 80°
( ) D 85°
( ) E 70°

14. Os segmentos AC e BG são partes de um duto, representado por seu eixo e que, do ponto C ao ponto G, é encurvado em quatro (4) arcos de circunferência que concordam nos pontos C, D, E, F e G, conforme a Fig. 6, no Caderno de Respostas. Pede-se o comprimento do duto, no desenho na escala 1 : 2,5.

( ) A $430\ mm$
( ) B $380\ mm$
( ) C $530\ mm$
( ) D $330\ mm$
( ) E $480\ mm$

15. Determinar a soma dos raios de duas (2) circunferências inscritas num triângulo ABC, tangentes aos lados deste e entre elas, sendo dado o ângulo $\hat{A} = 35^\circ$, a mediana relativa ao lado BC, igual a $96\ mm$, e a mediana relativa ao lado AC, igual a $60\ mm$.

( ) A $45\ mm$
( ) B $39\ mm$
( ) C $28\ mm$
( ) D $34\ mm$
( ) E $40\ mm$