INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

EXAME DE ADMISSÃO DE MATEMÁTICA

ANO DE 1951

DURAÇÃO DA PROVA: 3 horas

1ª QUESTÃO

1 - Definição de número primo absoluto.
2 - Por que 5 é divisor de 20 ?
3 - Dar a definição de limite (finito) de uma sucessão.
4 - Escrever a fórmula do binômio de Newton.
5 - Definição de ângulo plano (ou retilíneo) de um diedro.
6 - Calcular em graus o suplemento do ângulo igual a $\frac{7\pi}{8}$ radianos.
7 - Definição de seno de um ângulo.
8 - Verificar se $\frac{-1}{2}$ é raiz da equação $4x^3 - 2x + 6 = 0$

2ª QUESTÃO

1 - Passar o nº 1203 escrito no sistema de numeração de base 5 para o sistema de numeração de base 10.
2 - Resolver a inequação $(x-2)(x+3) < 0$
3 - Achar o volume de uma pirâmide regular de base quadrática cuja diagonal da base mede 4 m. e cuja aresta lateral mede 1,5 m.
4 - Demonstrar que se $0 < \alpha < 90^0$: $\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha > 1$

3ª QUESTÃO

1 - Calcular o menor valor de n para o qual se tem:

$$\frac{1.2.3.\ \ldots\ n}{2.4.6.\ \ldots\ (2n)} < \frac{1}{10^4}$$

Nota: $\log_{10} 2 = 0,301$

2 - Calcular $\lim_{n\to\infty} \frac{\log n}{\log (n-1)}$

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA – ITA

PROVA DE MATEMÁTICA – 1951 – SOLUÇÕES – BOTELHO

<u>1ª Questão</u>

1) Número primo absoluto é o que só é divisível por 1 e por ele mesmo (n = 1.n)

2) 5 é divisor de 20 porque 20/5=4 é natural

3) Dado um número arbitrariamente pequeno ε>0, o limite de uma sucessão convergente, cujo termo geral é a_n, é o valor finito L quando existe um número N tal que, se n>N, então $|a_n - L| < \varepsilon$

4) $(a+b)^n = \sum_{p=0}^{n} \binom{n}{p} a^{n-p} b^p$

5) "Ângulo plano ou retilíneo de um diedro é o ângulo formado por duas perpendiculares à aresta, traçadas do mesmo ponto e situadas uma em cada face" (Ubirajara Pinheiro Borges. Geometria Espacial. Rio de Janeiro: Curso Bahiense, 1966, pág. 112)

6) Suplemento de um ângulo é quanto lhe falta para chegar a π radianos ou 180º. O suplemento de 7π/8 radianos é π/8 radianos ou 180º/8 = 22,5º

7) Seno de um ângulo é, em um triângulo retângulo, a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa. Em um círculo de raio unitário, é o comprimento do segmento vertical compreendido entre o ponto de interseção do ângulo com a circunferência e a horizontal. Analiticamente, sen x = $x - x^3/3! + x^5/5! - x^7/7! + ...$

8) Basta substituir x por –1/2 na equação: $4(-1/2)^3 - 2(-1/2) + 6 = -1/2 + 1 + 6 = 13/2 \neq 0$, logo, –1/2 não é raiz da equação.

<u>2ª Questão</u>

1) $1203_5 = 1.5^3 + 2.5^2 + 0.5^1 + 3.5^0 = 125 + 50 + 3 = 178$

2) (x–2)(x+3)<0 → –3 < x < 2 (ver tabela abaixo)

		–3		2	
x+3	–	0	+	+	+
x–2	–	–	–	0	+
produto	+	0	–	0	+

3) A pirâmide regular de base quadrática tem um quadrado de lado L na base. Se a diagonal da base mede 4 m, então $L = 2\sqrt{2}m$ e a área da base é S = L^2 = 8 m^2. O vértice superior da pirâmide está situado logo acima do centro do quadrado. Se a aresta lateral mede 1,5 m (valor

da prova original), o problema é impossível, já que o triângulo retângulo formado pela altura da pirâmide, pela metade da diagonal (2 m) e pela aresta lateral (1,5 m) tem hipotenusa (1,5 m) menor que um dos catetos (2 m). Corrigindo o valor da aresta lateral para 2,5 m (Magarinos e Silva Filho, pág. 219), a altura da pirâmide será $h = \sqrt{2{,}5^2 - 2^2} = \sqrt{6{,}25 - 4} = \sqrt{2{,}25} = 1{,}5m$. Daí, o volume da pirâmide será $V = \frac{S.h}{3} = \frac{8.1{,}5}{3} = \frac{12}{3} = 4m^3$

4) Se α é um ângulo do 1º quadrante, então senα>0, cosα>0 e senα + cosα > 0. Mas $(\text{sen}\alpha + \cos\alpha)^2 = \text{sen}^2\alpha + 2.\text{sen}\alpha.\cos\alpha + \cos^2\alpha = 1 + 2.\text{sen}\alpha.\cos\alpha > 1$. Se $(\text{sen}\alpha + \cos\alpha)^2 > 1$, então senα + cosα > 1, já que senα + cosα > 0.

<u>3ª Questão</u>

1) $\frac{1.2.3\ldots n}{2.4.6\ldots 2n} = \frac{1}{2.2.2\ldots 2} = \frac{1}{2^n} < \frac{1}{10^4}$ → $2^n > 10^4$ → n.log2 > 4.log10

n > 4/log2 → n > 4/0,301 → n > 13,289 → n = 14

2) $\lim_{n\to\infty} \frac{logn}{log(n-1)} = \lim_{n\to\infty} \frac{logn}{logn} = 1$