



**CONCURSO DE ADMISSÃO
AO
CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO
MATEMÁTICA**



CADERNO DE QUESTÕES

2015/2016

1ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Os inteiros $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{25}$ estão em PA com razão não nula. Os termos a_1, a_2 e a_{10} estão em PG, assim como a_6, a_j e a_{25} . Determine j .

2ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Sejam as funções f_n , para $n \in \{0, 1, 2, 3, \dots\}$, tais que: $f_0(x) = \frac{1}{(1-x)}$ e $f_n(x) = f_0(f_{n-1}(x))$, para $n \geq 1$.

Calcule $f_{2016}(2016)$.

3ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Seja Z um número complexo tal que $\frac{2Z}{\bar{Z}}$ possui argumento igual a $\frac{3\pi}{4}$ e $\log_3(2Z + 2\bar{Z} + 1) = 2$. Determine o número complexo Z .

4ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Define-se A como a matriz 2016×2016 , cujos elementos satisfazem à igualdade:

$$a_{i,j} = \binom{i+j-2}{j-1}, \text{ para } i, j \in \{1, 2, \dots, 2016\}.$$

Calcule o determinante de A .

5ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Determine o conjunto solução da equação:

$$(\sin x) \left(1 + \operatorname{tg} x \operatorname{tg} \frac{x}{2}\right) = 4 - \operatorname{cotg} x$$

6ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Seja a equação $n^2 - 7m^2 = (5m - 2n)^2 + 49$. Determine todos os pares inteiros (m, n) que satisfazem a esta equação.

7ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Três jogadores sentam ao redor de uma mesa e jogam, alternadamente, um dado não viciado de seis faces. O primeiro jogador lança o dado, seguido pelo que está sentado à sua esquerda, continuando neste sentido até o jogo acabar. Aquele que jogar o dado e o resultado for 6, ganha e o jogo acaba. Se um jogador obtiver o resultado 1, o jogador seguinte perderá a vez, isto é, a vez passará ao jogador sentado à direita de quem obteve 1. O jogo seguirá até que um jogador ganhe ao tirar um 6. Qual é a probabilidade de vitória do primeiro jogador a jogar?

8ª QUESTÃO

Valor: 1,0

A circunferência C tem equação $x^2 + y^2 = 16$. Seja C' uma circunferência de raio 1 que se desloca tangenciando internamente a circunferência C , sem escorregamento entre os pontos de contato, ou seja, C' rola internamente sobre C .

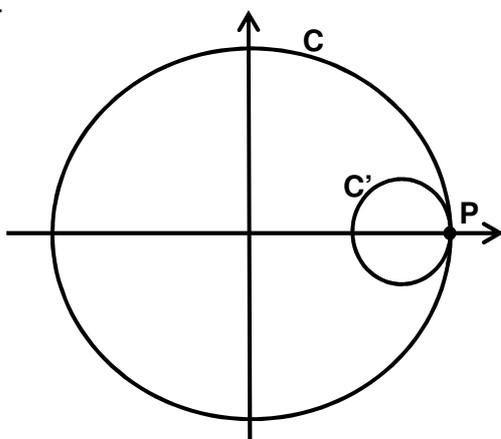


Figura a

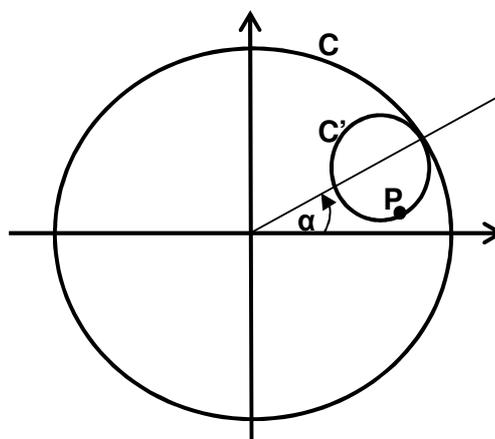


Figura b

Define-se o ponto P sobre C' de forma que no início do movimento de C' o ponto P coincide com o ponto de tangência $(4,0)$, conforme figura a. Após certo deslocamento, o ângulo de entre o eixo x e a reta que une o centro das circunferências é α , conforme figura b.

- Determine as coordenadas do ponto P marcado sobre C' em função do ângulo α .
- Determine a equação em coordenadas cartesianas do lugar geométrico do ponto P quando α varia no intervalo $[0, 2\pi)$.

9ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Uma corda intercepta o diâmetro de um círculo de centro O no ponto C' segundo um ângulo de 45° . Sejam A e B os pontos extremos desta corda, e a distância AC' igual a $\sqrt{3} + 1$ cm. O raio do círculo mede 2 cm, e C é a extremidade do diâmetro mais distante de C' . O prolongamento do segmento AO intercepta BC em A' . Calcule a razão em que A' divide BC .

10ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Um cone é inscrito em um cubo $ABCDEFGH$ de forma que a base do cone é o círculo inscrito na base $ABCD$. O vértice do cone é o centro da face oposta do cubo. A projeção do vértice H na base $ABCD$ coincide com o vértice D . Determine a área da seção do cone pelo plano ABH em função de a , a medida da aresta do cubo.