



CONCURSO DE ADMISSÃO
AO
CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO
MATEMÁTICA



CADERNO DE QUESTÕES

2014/2015

1ª QUESTÃO

Valor: 1,00

Determine os valores reais de x que satisfazem a inequação:

$$\frac{4}{\log_3 x^2 - 2} + \log_x \frac{1}{9} > 1$$

2ª QUESTÃO

Valor: 1,00

Encontre as soluções reais da equação:

$$\sqrt{x + \sqrt{4x - 4}} + \sqrt{x - \sqrt{4x - 4}} = \sqrt{x + 3}$$

3ª QUESTÃO

Valor: 1,00

Descreva o lugar geométrico do número complexo z que atende à equação

$$\arg(z - z_1) - \arg(z - z_2) - \arg(z - z_3) = k\pi,$$

em que z_1 é real, z_2 e z_3 são complexos conjugados com parte imaginária não nula e k é um número inteiro.

Obs: $\arg(z)$ é o argumento do número complexo z .

4ª QUESTÃO**Valor: 1,00**

Seja n um inteiro positivo cuja representação decimal é $a_m \dots a_1 a_0$ e f a função que troca a posição dos dígitos a_{2i} e a_{2i+1} , de forma que $f(a_{2k+1} a_{2k} \dots a_1 a_0) = a_{2k} a_{2k+1} \dots a_0 a_1$. Por exemplo:

$$f(123456) = 214365$$

$$f(1034) = 143$$

$$f(123) = 1032$$

$$f(10) = 1$$

Determine o menor número maior que 99 que satisfaça à equação

$$x^2 = 9x + 9f(x) + (f(x))^2$$

5ª QUESTÃO**Valor: 1,00**

Um tetraedro regular, com arestas de comprimento igual a d , é cortado por 2 planos paralelos entre si e a uma das bases, dividindo-o em 3 sólidos de volumes iguais. Determine a altura de cada um destes 3 sólidos em função de d .

6ª QUESTÃO**Valor: 1,00**

Pelo ponto P de coordenadas $(-1,0)$ traçam-se as tangentes t e s à parábola $y^2 = 2x$. A reta t intercepta a parábola em A e a reta s intercepta a parábola em B . Pelos pontos A e B traçam-se paralelas às tangentes encontrando a parábola em outros pontos C e D , respectivamente. Calcule o valor da razão AB/CD .

7ª QUESTÃO**Valor: 1,00**

Num triângulo ABC isósceles, com ângulos iguais em B e C , o seu incentro I se encontra no ponto médio do segmento de reta que une o seu ortocentro H a seu baricentro G . O segmento de reta AG é menor que o segmento de reta AH . Os comprimentos dos segmentos de reta HI e IG são iguais a d . Determine o perímetro e a área desse triângulo em função de d .

8ª QUESTÃO**Valor: 1,00**

De quantas maneiras podemos decompor um eneágono convexo em triângulos traçando suas diagonais, de forma que essas diagonais não se cortem.

9ª QUESTÃO**Valor: 1,00**

Sejam $S = a+b+c$ e $P = a.b.c$. Calcule o determinante abaixo unicamente em função de S e P .

$$\begin{vmatrix} a^2+(b+c)^2 & 2b^2 & (a+b)^2+c^2 \\ 2a^2 & (a+c)^2+b^2 & (a+b)^2+c^2 \\ a^2 & b^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix}$$

10ª QUESTÃO**Valor: 1,00**

Os coeficientes a_0, \dots, a_{2014} do polinômio $P(x) = x^{2015} + a_{2014}x^{2014} + \dots + a_1x + a_0$ são tais que $a_i \in \{0,1\}$, para $0 \leq i \leq 2014$.

- Quais são as possíveis raízes inteiras de $P(x)$?
- Quantos polinômios da forma acima têm duas raízes inteiras distintas?