CONCURSO DE ADMISSÃO AO CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO

EXÉRCITO BRASILEIRO
I-M-E
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
(REAL ACADEMIA DE ARTILHARIA, FORTIFICAÇÃO E DESENHO - 1792)

MATEMÁTICA

CADERNO DE QUESTÕES

2011 / 2012

1ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

O segundo, o sétimo e o vigésimo sétimo termos de uma Progressão Aritmética (PA) de números inteiros, de razão *r*, formam, nesta ordem, uma Progressão Geométrica (PG), de razão *q*, com *q* e *r* $\in$ IN^* (natural diferente de zero). Determine:

a) o menor valor possível para a razão *r* ;

b) o valor do décimo oitavo termo da PA, para a condição do item a.

2ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Os números reais positivos x_1, x_2 e x_3 são raízes da equação $x^3 - ax^2 = a^b - \frac{b}{2}x$, sendo $b \in$ IN (natural), $a \in$ IR (real) e $a \neq 1$. Determine, em função de *a* e *b*, o valor de $\log_a \left[x_1 x_2 x_3 \left(x_1 + x_2 + x_3\right)^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \right]^b$.

3ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Os ângulos de um triângulo obtusângulo são 105º, *α* e *β*. Sabendo que $m \in$ IR (real), determine:

a) as raízes da equação $3 \sec x + m\,(\sqrt{3}\cos x - 3\,\mathrm{sen}\,x) = 3\cos x + \sqrt{3}\,\mathrm{sen}\,x$, em função de *m*;

b) o valor de *m* para que *α* e *β* sejam raízes dessa equação.

4ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Seja o número complexo Z = a + bi, com a e b $\in$ IR (real) e $i = \sqrt{-1}$. Determine o módulo de Z sabendo que $\begin{cases} a^3 = 3\left(1 + ab^2\right) \\ b^3 = 3\left(a^2 b - 1\right) \end{cases}$.

5ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Uma pirâmide regular triangular apresenta um volume V. Determine o raio da circunferência circunscrita a uma das faces laterais da pirâmide em função de V, sabendo que o ângulo do vértice vale 30º.

6ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

É dada uma parábola de parâmetro p. Traça-se a corda focal MN, que possui uma inclinação de 60° em relação ao eixo de simetria da parábola. A projeção do ponto M sobre a diretriz é o ponto Q, e o prolongamento da corda MN intercepta a diretriz no ponto R. Determine o perímetro do triângulo MQR em função de p, sabendo que N encontra-se no interior do segmento MR.

7ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Sejam r e s $\in$ Z (inteiro). Prove que (2r + 3s) é múltiplo de 17 se e somente se (9r + 5s) é múltiplo de 17.

8ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Calcule as raízes de f(x) em função de a,b e c, sendo a,b,c e $x \in$ IR (real) e $f(x) = \begin{vmatrix} x & a & b & c \\ a & x & c & b \\ b & c & x & a \\ c & b & a & x \end{vmatrix}$.

9ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Considere uma reta r que passa pelo ponto P(2,3). A reta r intercepta a curva $x^2 - 2xy - y^2 = 0$ nos pontos A e B. Determine:

a) o lugar geométrico definido pela curva;

b) a(s) possível(is) equação(ões) da reta r, sabendo que $\overline{PA} \, . \, \overline{PB} = 17$.

10ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Os nove elementos de uma matriz M quadrada de ordem 3 são preenchidos aleatoriamente com os números 1 ou –1, com a mesma probabilidade de ocorrência. Determine:

a) o maior valor possível para o determinante de M;

b) a probabilidade de que o determinante de M tenha este valor máximo.