



CONCURSO DE ADMISSÃO AO CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO



MATEMÁTICA

CADERNO DE QUESTÕES

2009 / 2010

1ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Sejam os conjuntos P_1 , P_2 , S_1 e S_2 tais que $(P_2 \cap S_1) \subset P_1$, $(P_1 \cap S_2) \subset P_2$ e $(S_1 \cap S_2) \subset (P_1 \cup P_2)$.
Demonstre que $(S_1 \cap S_2) \subset (P_1 \cap P_2)$.

2ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Três dados iguais, honestos e com seis faces numeradas de um a seis são lançados simultaneamente. Determine a probabilidade de que a soma dos resultados de dois quaisquer deles ser igual ao resultado do terceiro dado.

3ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Considere as hipérbolas que passam pelos pontos $(-4,2)$ e $(-1,-1)$ e apresentam diretriz na reta $y = -4$. Determine a equação do lugar geométrico formado pelos focos dessas hipérbolas, associados a esta diretriz, e represente o mesmo no plano cartesiano.

4ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Seja x o valor do maior lado de um paralelogramo $ABCD$. A diagonal AC divide \hat{A} em dois ângulos, iguais a 30° e 15° . A projeção de cada um dos quatro vértices sobre a reta suporte da diagonal que não o contém forma o quadrilátero $A'B'C'D'$. Calcule o perímetro de $A'B'C'D'$.

5ª QUESTÃO

Valor: 1,0

A área da superfície lateral de uma pirâmide quadrangular regular $SABCD$ é duas vezes maior do que a área de sua base $ABCD$. Nas faces SAD e SDC traçam-se as medianas AQ e DP . Calcule o ângulo entre estas medianas.

6ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

Demonstre que a matriz $\begin{pmatrix} y^2 + z^2 & xy & xz \\ xy & x^2 + z^2 & yz \\ xz & yz & x^2 + y^2 \end{pmatrix}$, onde $x, y, z \in \mathbb{N}$, pode ser escrita como o

quadrado de uma matriz simétrica, com traço igual a zero, cujos elementos pertencem ao conjunto dos números naturais.

Obs.: Traço de uma matriz é a soma dos elementos de sua diagonal principal.

7ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

Considere o conjunto de números complexos $E = \{a + b\omega\}$, onde a e b são inteiros e $\omega = \text{cis}(2\pi/3)$. Seja o subconjunto $U = \{\alpha \in E / \exists \beta \in E \text{ no qual } \alpha\beta = 1\}$. Determine:

a) Os elementos do conjunto U .

b) Dois elementos pertencente ao conjunto $Y = E - U$ tais que o produto seja um número primo.

8ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

Seja a equação $p^n + 144 = q^2$, onde n e q são números inteiros positivos e p é um número primo. Determine os possíveis valores de n, p e q .

9ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

Seja o sistema $\begin{cases} \text{tg}(x) \text{tg}(y - z) = a \\ \text{tg}(y) \text{tg}(z - x) = b \\ \text{tg}(z) \text{tg}(x - y) = c \end{cases}$, onde $a, b, c, x, y, z \in \mathfrak{R}$. Determine as condições que a, b e c

devem satisfazer para que o sistema admita pelo menos uma solução.

10ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

Considere a sequência: $a_1 = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{1}{2}}$, $a_2 = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{1}{2}}}$, $a_3 = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{1}{2}}}}$,

Determine o produto dos 20 primeiros termos desta sequência.