

CONCURSO DE ADMISSÃO
AO
CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO



MATEMÁTICA

FOLHA DE QUESTÕES

2008 / 2009

1ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Sabe-se que:

$a = [a] + \{a\}$, $\forall a \in \mathfrak{R}$, onde $[a]$ é a parte inteira de a

$$\begin{cases} x + [y] + \{z\} = 4,2 \\ y + [z] + \{x\} = 3,6 \\ z + [x] + \{y\} = 2 \end{cases}, \text{ com } x, y \text{ e } z \in \mathfrak{R}$$

Determine o valor de $x - y + z$.

2ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Um triângulo isósceles possui seus vértices da base sobre o eixo das abscissas e o terceiro vértice, B , sobre o eixo positivo das ordenadas. Sabe-se que a base mede b e seu ângulo oposto $\hat{B} = 120^\circ$. Considere o lugar geométrico dos pontos cujo quadrado da distância à reta suporte da base do triângulo é igual ao produto das distâncias as outras duas retas que suportam os dois outros lados. Determine a(s) equação(ões) do lugar geométrico e identifique a(s) curva(s) descrita(s).

3ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Sabe-se que $z_1 \overline{z_2} = \frac{z_3}{z_4}$ e $|z_3 + z_4| - |z_3 - z_4| = 0$, sendo z_1, z_2, z_3 e z_4 números complexos diferentes de zero. Prove que z_1 e z_2 são ortogonais.

Obs.: números complexos ortogonais são aqueles cujas representações gráficas são perpendiculares entre si e $\overline{z}$ é o número complexo conjugado de z .

4ª QUESTÃO

Valor: 1,0

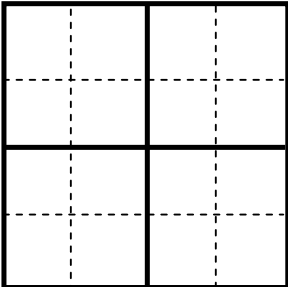
Dada a função $F: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$, com as seguintes características:

$$F(0,0) = 1;$$

$$F(n,m+1) = q \cdot F(n,m), \text{ onde } q \text{ é um número real diferente de zero};$$

$$F(n+1, 0) = r + F(n,0), \text{ onde } r \text{ é um número real diferente de zero}.$$

Determine o valor de $\sum_{i=0}^{2009} F(i,i)$, $i \in \mathbb{N}$.

5ª QUESTÃO	Valor: 1,0
Seja G o ponto de interseção das medianas de um triângulo ABC com área S. Considere os pontos A', B' e C' obtidos por uma rotação de 180° dos pontos A, B e C, respectivamente, em torno de G. Determine, em função de S, a área formada pela união das regiões delimitadas pelos triângulos ABC e A'B'C'.	
6ª QUESTÃO	Valor: 1,0
Resolva a seguinte inequação, para $0 \leq x < 2\pi$: $\frac{3\sin^2 x + 2\cos^2 x + 4\sin x - (1 + 4\sqrt{2})\sin x \cos x + 4\cos x - (2 + 2\sqrt{2})}{2\sin x - 2\sqrt{2}\sin x \cos x + 2\cos x - \sqrt{2}} > 2$	
7ª QUESTÃO	Valor: 1,0
Seja um cubo de base ABCD com aresta a. No interior do cubo, sobre a diagonal principal, marca-se o ponto V, formando-se a pirâmide VABCD. Determine os possíveis valores da altura da pirâmide VABCD, em função de a, sabendo que a soma dos quadrados das arestas laterais da pirâmide é igual a ka^2, sendo k um número primo. Obs.: as arestas laterais da pirâmide são VA, VB, VC e VD.	
8ª QUESTÃO	Valor: 1,0
Dada uma matriz quadrada A de ordem n, definida da seguinte forma: - os elementos da linha i da coluna n são da forma $a_{in} = -\binom{n}{n-i+1}$; - os elementos imediatamente abaixo da diagonal principal são unitários, isto é, $a_{ij} = 1$ para $i - j = 1$; - todos os demais elementos são nulos. Sendo I a matriz identidade de ordem n e $\det(M)$ o determinante de uma matriz M, encontre as raízes da equação $\det(x \cdot I - A) = 0$.	
9ª QUESTÃO	Valor: 1,0
A figura abaixo é composta de 16 quadrados menores. De quantas formas é possível preencher estes quadrados com os números 1, 2, 3 e 4, de modo que um número não pode aparecer 2 vezes em: - uma mesma linha. - uma mesma coluna. - cada um dos quatro quadrados demarcados pelas linhas contínuas. 	
10ª QUESTÃO	Valor: 1,0
Seja a uma constante real positiva. Resolva a equação $\sqrt{a}\sqrt{a + \sqrt{a^2 - x^2}} + \sqrt{3a}\sqrt{a - \sqrt{a^2 - x^2}} = 2\sqrt{2}x$, para $x \in \mathbb{R}$ e $0 \leq x \leq a$.	