

1^a Questão:*J. Louy*

Valor : 1,0

Calcule: $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$

2^a Questão:

Valor : 1,0

Prove que em todo triângulo ABC o simétrico do ortocentro H, em relação a um lado qualquer do triângulo, pertence ao círculo circunscrito a ele.

3^a Questão:

Valor : 1,0

Seja j um número complexo. Sabendo que $j = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}$; $i = \sqrt{-1}$.

Calcule:

a) $|j|, j^2, j^3, \dots, j^n$

b) $1+j, 1+j+j^2$ e, em seguida, $\sum_{p=0}^n j^p$

4ª Questão:

J. Luy

Valor: 1,0

Num sistema de coordenadas cartesianas retangulares é dada a seguinte equação:

$$x^2 + y^2 - 2mx - 4(m+1)y + 3m + 14 = 0, \quad m \in \mathbb{R}$$

- Para que valores de m esta equação corresponde a uma circunferência (ω)?
- Qual é o lugar geométrico dos centros dessas circunferências?
- Dentre as circunferências (ω), existem dois pontos A e B (considerados como circunferências de raio nulo). Mostre que M, ponto médio do segmento AB, possui a mesma potência em relação a todas circunferências (ω).

5ª Questão:

Valor: 1,0

Determine o volume da esfera inscrita em um cone circular reto de raio 5 cm e altura 12 cm.

6ª Questão:

Valor: 1,0

Denomina-se número algébrico qualquer número real x solução da equação:

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x + a_n = 0$$

Onde $a_0 \neq 0$; cada a_i é inteiro e n inteiro positivo (grau da equação).

- $\sqrt[3]{2} + \sqrt{3}$ é um número algébrico?
- Justifique a sua resposta.

7ª Questão:

J. Lógi

Valor : 1,0

Encontre a expressão do produto dos coeficientes do Binômio de Newton, mostrado abaixo, colocando o resultado na forma irreduzível.

$$(x+y)^n = \binom{n}{0} x^n + \binom{n}{1} x^{n-1} y + \dots + \binom{n}{p} x^{n-p} y^p + \dots + \binom{n}{n} y^n$$

8ª Questão:

Valor : 1,0

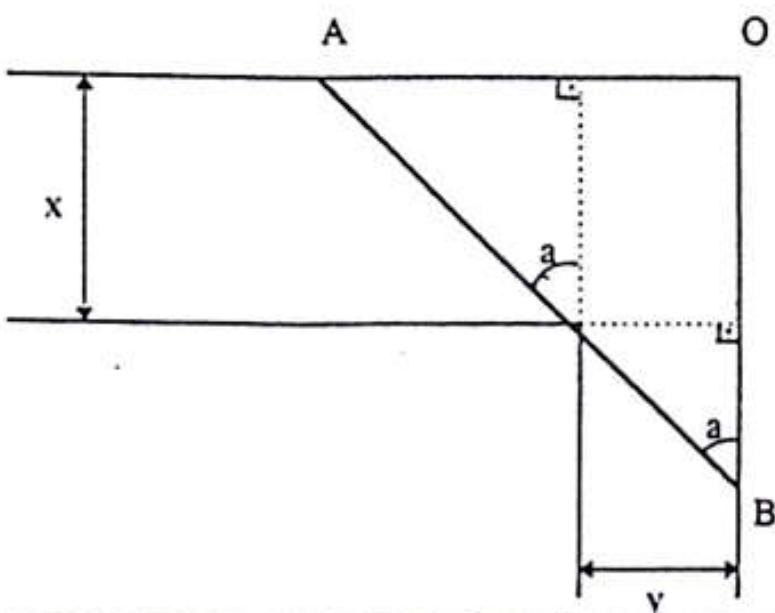
Simplifique a expressão $y = x^{\frac{1}{\log x}} \log x$, para resolver a inequação $x^{\frac{1}{\log x}} \log x < 1$, com $x > 1$.

9ª Questão:

Valor : 1,0

Obtenha a expressão do comprimento da maior escada que se pode passar pela esquina de um corredor, cujas dimensões estão na figura abaixo.

Obs: supõe-se que a posição de escada é paralela ao piso.



10^a Questão:

Valor : 1,0

Considere a sucessão de números $u_0, u_1, \dots, u_n, \dots$ definida pela relação de recorrência:

$$u_n = a(u_{n+1})^2 \text{ com } u_0 = 1 \text{ e } u_n = a^{v_n} + b$$

Onde a é um número positivo.

Determine b tal que a sucessão v_n seja uma progressão geométrica.