PROVA DE MATEMÁTICA

CADERNO DE QUESTÕES

Concurso de Admissão
Ao
Primeiro Ano

MILITARES

1990 - 1991

1ª Questão: Valor: 1,0

Determine quatro números reais a, b, c, d sabendo que:

1º) a, c, d estão em progressão aritmética

2º) a, b, d estão em progressão geométrica

3º) $a + c + d = 39$ e $abd = 1728$

2ª Questão: Valor: 1,0

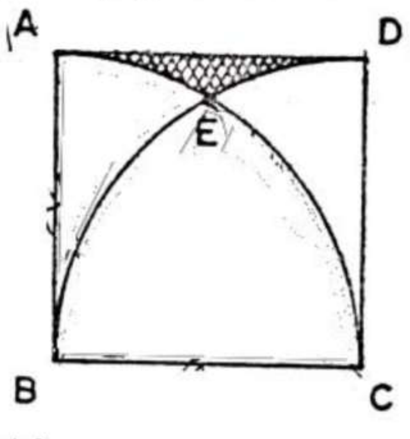
Um batalhão de n soldados fará uma viagem de trem. No trem há n cabines numeradas de 1 a n.

De quantas maneiras diferentes os soldados poderão ocupar as cabines de modo que só a cabine 1 fique vazia?

3ª Questão: Valor: 1,0

Na figura abaixo, ABCD é um quadrado de lado $\underline{a}$, AC é um arco de círculo com centro B e raio $\underline{a}$, e BD é um arco de círculo com centro C e raio a.

Calcule a área da região hachuriada A E D.



4ª Questão: Valor: 1,0

Dado um número complexo z com $|z| = 1$ e $z \neq -1$, mostre que existe um número real t tal que

$$z = \frac{1 + ti}{1 - ti}$$

2

5ª Questão — Valor: 1,0

Calcule:

$$\lim_{x \to 2} \sqrt[3]{x \sqrt[3]{x \sqrt[3]{x \ldots}}}$$

6ª Questão: — Valor: 1,0

Resolva o sistema:

$$\begin{cases} \operatorname{sen} x \ \operatorname{sen} y = -\dfrac{1}{2} \\ \operatorname{sen} 2x - \operatorname{sen} 2y = 2 \end{cases}$$

onde $0 \leqslant x \leqslant 2\pi$, $0 \leqslant y \leqslant 2\pi$

7ª Questão: — Valor: 1,0

a) Mostre que toda matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ com a, b, c, d reais satisfaz à equação:

$$X^2 - (a + d)\,X + (ad - bc)\,I = 0$$

onde I é a matriz identidade 2×2.

b) Determine todas as matrizes reais 2×2 cujo cubo seja igual à matriz nula.

8ª Questão: — Valor: 1,0

Seja um cone reto inscrito em uma esfera de raio R. Determine, em função de R, a altura do cone de modo que a sua área lateral seja equivalente a área da calota esférica de mesma base.

9ª Questão: Valor: 1,0

Sejam x e y coordenadas de um ponto M de uma elipse. Sejam A e A' as extremidades do eixo maior da elipse. Determine a equação e identifique o lugar geométrico do ortocentro do triângulo AMA'.

10ª Questão: Valor: 1,0

Faça o gráfico de $f(x) = x\sqrt{|x^2 - 2|}$ para $x \geq 0$ indicando os pontos de máximo e mínimo locais e de inflexão.

IME 90/91 - MILITARES

1

$$\begin{cases} 2c = a + d & \text{I} \\ b^2 = ad & \text{II} \\ a + c + d = 39 & \text{III} \\ abd = 1728 & \text{IV} \end{cases}$$

I e III : $3c = 39 \Rightarrow \boxed{c = 13} \Rightarrow a + d = 26$ V

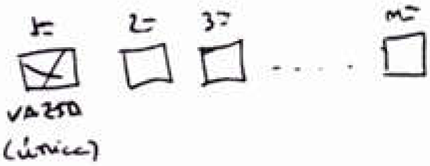
II e IV : $b^3 = 1728 \Rightarrow \boxed{b = 12} \Rightarrow ad = 144$ VI

V e VI : a e d são solução da eq. $x^2 - 26x + 144 = 0$

$\Rightarrow a = 8$ e $d = 18$ ou vice-versa.

R: $a = 8,\ b = 12,\ c = 13,\ d = 18$ ou $a = 18,\ b = 12,\ c = 13,\ d = 8$

2

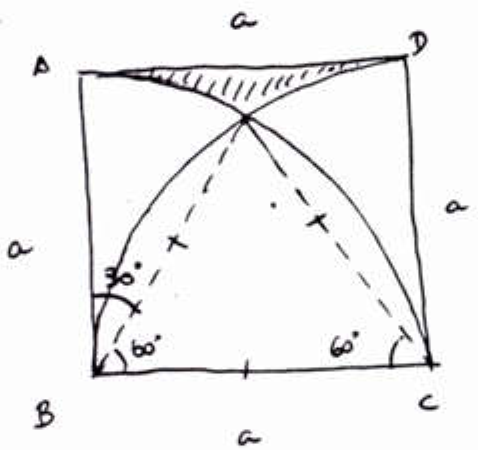


Uma cabine terá 2 soldados, e as outras 1 cada.

$$\underbrace{(m-1)}_{\text{escolha da cabine c/ 2 soldados}} \cdot \underbrace{C_m^2}_{\text{escolha dos 2 soldados}} \cdot \underbrace{(m-2)!}_{\text{permutações dos m-2 soldados nas m-2 cabines restantes}} = \frac{m(m-1)}{2} \cdot (m-1) \cdot (m-2)! =$$

$$= \frac{(m-1) \cdot m!}{2}$$

3



$$S = S_{\square} - S_{\triangle} - 2S_{\text{setor}} =$$

$$= a^2 - \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi a^2}{6} =$$

$$= \frac{a^2}{12}\left(12 - 3\sqrt{3} - 2\pi\right)$$

$\boxed{4}$ $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$, $x^2 + y^2 = 1$, $x + yi \neq -1 + 0i$

Análise:

$$z = \frac{1+ti}{1-ti} \iff z - zti = 1 + ti \iff ti + zti = z - 1$$

$$\iff t = \frac{z-1}{i+iz} = \frac{z-1}{(z+1)i} \overset{\times(-i)}{=} \frac{z-1}{z+1} \cdot (-i) = \frac{(x+yi-1)(-i)}{x+yi+1} =$$

$$= \frac{y-(x-1)i}{(x+1)+yi} \cdot \frac{(x+1)-yi}{(x+1)-yi} = \frac{[y(x+1)-(x-1)y]-[(x-1)(x+1)+y^2]i}{(x+1)^2+y^2} =$$

$$= \frac{2y-(x^2+y^2-1)i}{x^2+y^2+2x+1} = \frac{2y}{x^2+y^2+2x+1} - \frac{x^2+y^2-1}{x^2+y^2+2x+1}\, i =$$

$$= \frac{2y}{(x+1)^2+y^2} - \frac{|z|^2-1}{(x+1)^2+y^2}\, i$$

Demonstração:

Seja $z = x + yi$, com $x, y \in \mathbb{R}$, $|z| = \sqrt{x^2+y^2} = 1$ e $z = x + yi \neq -1 + 0i$.

Tomemos $t = \dfrac{2y}{(x+1)^2+y^2}$ (notando que $t \in \mathbb{R}$); assim

$$t = \frac{2y}{(x+1)^2+y^2} - \frac{\cancelto{0}{(x^2+y^2-1)}}{(x+1)^2+y^2}\, i = \frac{y-(x-1)i}{(x+1)+yi} \cdot \frac{(x+1)-yi}{(x+1)-yi} = \frac{(x+yi-1)(-i)}{x+yi+1} =$$

$$= \frac{z-1}{(z+1)i} \iff ti + zti = z - 1 \iff z = \frac{1+ti}{1-ti}$$

Logo, existe $t \in \mathbb{R}$ tq $z = \dfrac{1+ti}{1-ti}$

$\boxed{5}$

$$\lim_{x \to 2} \sqrt[3]{x\sqrt[3]{x\sqrt[3]{x\ldots}}} = \lim_{x \to 2} x^{1/3} \cdot x^{1/9} \cdot x^{1/27} \cdots = \lim_{x \to 2} x^{\overbrace{\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\ldots\right)}^{\text{PG infinita}}} =$$

$$= \lim_{x \to 2} x^{\frac{1/3}{1-1/3}} = \lim_{x \to 2} x^{1/2} = 2^{1/2} = \sqrt{2}$$

$\boxed{6}$ $\begin{cases} \text{sen } x \cdot \text{sen } y = -\dfrac{1}{2} \\ \text{sen } 2x - \text{sen } 2y = 2 \end{cases}$ $\qquad 0 \le x \le 2\pi$, $\quad 0 \le y \le 2\pi$

$\angle$ a única possibilidade é: $\text{sen } 2x = 1$ e $\text{sen } 2y = -1$

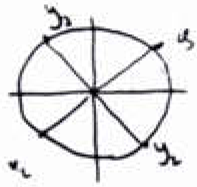
$2x = 2k\pi + \dfrac{\pi}{2}$ e $2y = 2k'\pi - \dfrac{\pi}{2}$

$x = k\pi + \dfrac{\pi}{4}$ e $y = k'\pi - \dfrac{\pi}{4}$

Como $x, y \in [0, 2\pi]$: $\left(x = \dfrac{\pi}{4} \text{ ou } x = \dfrac{5\pi}{4}\right)$ e $\left(y = \dfrac{3\pi}{4} \text{ ou } y = \dfrac{7\pi}{4}\right)$

Analisando a 1ª eq. do sistema, só serve:

$\left(x = \dfrac{\pi}{4} \text{ e } y = \dfrac{7\pi}{4}\right)$ ou $\left(x = \dfrac{5\pi}{4} \text{ e } y = \dfrac{3\pi}{4}\right)$



$\boxed{7}$ $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} A$

a) $\underset{A}{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}} \underset{A^2}{\begin{pmatrix} a^2+bc & ab+bd \\ ac+cd & bc+d^2 \end{pmatrix}}$

$A^2 - (a+d)A + (ad-bc)I = \begin{pmatrix} a^2+bc & ab+bd \\ ac+cd & bc+d^2 \end{pmatrix} -$

$- \begin{pmatrix} a^2+ad & ab+bd \\ ac+cd & ad+d^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ad-bc & 0 \\ 0 & ad-bc \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$ A satisfaz a eq. dada.

b) VER SOLUÇÃO BOA NA $\boxed{\text{PÁG. 6}}$

$X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ $\qquad X^3 = 0 \Leftrightarrow X \cdot X^2 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow X \cdot [\underbrace{(a+d)X - (ad-bc)I}_{X^2}] = 0 \Leftrightarrow (a+d)X^2 = (ad-bc)X$

$\Leftrightarrow (a+d)\begin{pmatrix} a^2+bc & ab+bd \\ ac+cd & bc+d^2 \end{pmatrix} = (ad-bc)\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} a^3 + abc + \cancel{a^2d} + bcd = \cancel{a^2d} - abc \Rightarrow a^3 + 2abc + bcd = 0 \quad (I) \\ a^2b + abd + \cancel{abd} + bd^2 = \cancel{abd} - b^2c \Rightarrow a^2b + abd + bd^2 + b^2c = 0 \quad (II) \\ a^2c + acd + \cancel{acd} + cd^2 = \cancel{acd} - bc^2 \Rightarrow a^2c + acd + cd^2 + bc^2 = 0 \quad (III) \\ abc + \cancel{ad^2} + bcd + d^3 = \cancel{ad^2} - bcd \Rightarrow d^3 + abc + 2bcd = 0 \quad (IV) \end{cases}$$

(I) $\oplus$ (IV): $a^3 + d^3 + 3abc + 3bcd = 0$

(II) $\oplus$ (III): $a^2(b+c) + ad(b+c) + d^2(b+c) + bc(b+c) = 0$

$(b+c)(a^2 + ad + d^2 + bc) = 0$ (V)

$(a+d)(a^2 - ad + d^2) + 3bc(a+d) = 0 \Leftrightarrow (a+d)(a^2 - ad + d^2 + 3bc) = 0$ (VI)

De (V): $c = -b$ ou $a^2 + cd + d^2 + bc = 0$

De (VI): $d = -a$ ou $a^2 - cd + d^2 + 3bc = 0$

Se $\underline{c = -b}$ $\left|\begin{array}{l} I: a^3 - 2ab^2 - b^2 d = 0 \\ II: a^2 b + abd + bd^2 - b^3 = 0 \\ IV: d^3 - ab^2 - 2b^2 d = 0 \end{array}\right.$ e $\underline{d = -a}$: $\left\{\begin{array}{l} a^3 - 2ab^2 + ab^2 = 0 \\ a^2 b - a^2 b + a^2 b - b^3 = 0 \\ -a^3 - ab^2 + 2ab^2 = 0 \end{array}\right.$

$$\left\{\begin{array}{l} a^3 - ab^2 = 0 \\ a^2 b - b^3 = 0 \\ ab^2 - a^3 = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a(a^2 - b^2) = 0 \\ b(a^2 - b^2) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow a = b \text{ ou } a = -b$$

$$\begin{array}{ccc} a = b & & a = -b \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ c = -b & & c = -b \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ d = -b & & d = b \end{array}$$

$$X = \begin{pmatrix} b & b \\ -b & -b \end{pmatrix} \text{ ou } X = \begin{pmatrix} -b & b \\ -b & b \end{pmatrix}$$

Se $\underline{c = -b}$ e $\underline{a^2 - ad + d^2 + 3bc = 0}$:

$$\left\{\begin{array}{l} a^2 - ad + d^2 - 3b^2 = 0 \\ a^3 - 2ab^2 - b^2 d = 0 \\ a^2 b + abd + bd^2 - b^3 = 0 \Rightarrow b(a^2 + d^2 + ad) = b^3 \Rightarrow b = 0 \text{ ou } a^2 + d^2 + ad = b^2 \\ d^3 - ab^2 - 2b^2 d = 0 \end{array}\right.$$

$$b = 0 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a^2 - ad + d^2 = 0 \\ a^3 = 0 \Rightarrow a = 0 \\ d^3 = 0 \Rightarrow d = 0 \end{array}\right. \Rightarrow c = 0$$

incluída na anterior.

$$a^2 + d^2 + ad = b^2 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a^2 - ad + d^2 = 3b^2 \\ a^2 + ad + d^2 = b^2 \\ a^3 - 2ab^2 - b^2 d = 0 \\ d^3 - ab^2 - 2b^2 d = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 2a^2 + 2d^2 = 4b^2 \\ 2ad = -2b^2 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a^2 + d^2 = 2b^2 \\ -2b^2 = 2ad \end{array}\right.$$

$a^2 + 2ad + d^2 = 0$

$(a + d)^2 = 0$

$d = -a$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} b^2 = a^2 \Rightarrow a = b \text{ ou } a = -b \\ d = -a \Rightarrow d = -b \text{ ou } d = b \\ c = -b \\ a^3 - 2a^3 + a^3 = 0 \;\checkmark \\ -a^3 - a^3 + 2a^3 = 0 \;\checkmark \end{array}\right.$$

já apareceu anteriormente

Se $d = -a$ e $a^2 + ad + d^2 + bc = 0$.

$$\begin{cases} a^2 + bc = 0 \\ \text{I}: a^3 + abc = 0 \Rightarrow a(a^2+bc) = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } a^2+bc=0 \\ \text{II}: \cancel{a^2b} - \cancel{a^2b} + a^2b + b^2c = 0 \Rightarrow b(a^2+bc) = 0 \Rightarrow a^2+bc=0 \text{ ou } b=0 \\ \text{III}: \cancel{a^2c} - \cancel{a^2c} + a^2c + bc^2 = 0 \Rightarrow c(a^2+bc)=0 \Rightarrow a^2+bc=0 \text{ ou } c=0 \end{cases}$$

$a^2 + bc = 0$

$$X = \begin{pmatrix} a & b \\ -a^2/b & -a \end{pmatrix} \quad b \neq 0$$

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ b & a \end{pmatrix} \quad b = 0$$

Se $a^2 + ad + d^2 + bc = 0$ e $a^2 - ad + d^2 + 3bc = 0$

$(+)$ $2a^2 + 2d^2 + 4bc = 0$

$(-)$ $2ad - 2bc = 0 \Rightarrow bc = ad$

$a^2b + cbd + bd^2 + b^2c = 0$

$a^3 + 2abc + bcd = 0$

$a^2 + d^2 + 2ad = 0$

$(a+d)^2 = 0$

$d = -a$ (já visto)

incluído

Resp: $X = b\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ ou $X = b\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ou $\boxed{X = \begin{pmatrix} a & b \\ -a^2/b & -a \end{pmatrix}}$ $b \neq 0$

ou $X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ c & 0 \end{pmatrix}$

b) Solução boa

$X^3 = 0 \Leftrightarrow X \cdot X^2 = 0 \Leftrightarrow X[(a+d)X - (ad-bc)I] = 0 \Leftrightarrow$

$(a+d)X^2 = (ad-bc)X \Leftrightarrow (a+d)[(a+d)X - (ad-bc)I] = (ad-bc)X$

$\Leftrightarrow (a+d)^2 X - (ad-bc)X = (a+d)(ad-bc)I \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow [(a+d)^2 - (ad-bc)]X = (a+d)(ad-bc)I$

$$\begin{cases} [(a+d)^2 - (ad-bc)]a = (a+d)(ad-bc) \\ [(a+d)^2 - (ad-bc)]b = 0 \\ [(a+d)^2 - (ad-bc)]c = \cancel{(a+d)(ad-bc)}\ 0 \\ [(a+d)^2 - (ad-bc)]d = (a+d)(ad-bc) \end{cases}$$

Se $(a+d)^2 - (ad-bc) = 0$: $(a+d)(ad-bc) = 0$

$d = -a$ ou $ad = bc$

$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$

$ad - bc = 0 \qquad a + d = 0$

$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$

$bc = -a^2 \qquad bc = -a^2$

$$X = \begin{pmatrix} a & b \\ -a^2/b & -a \end{pmatrix} \text{ ou } X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ c & 0 \end{pmatrix} \text{ ou } X = \begin{pmatrix} 0 & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Se $(a+d)^2 - (ad-bc) \neq 0$:

$$\begin{cases} b = 0 \\ c = 0 \\ [(a+d)^2 - ad]a = (a+d)ad \\ [(a+d)^2 - ad]d = (a+d)ad \\ (a+d)^2 - ad \neq 0 \end{cases} \overset{\ominus}{\Rightarrow} a = d$$

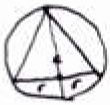
$$\begin{cases} (4a^2 - a^2)a = 2a \cdot a^2 \Rightarrow 3a^3 = 2a^3 \Rightarrow a = 0 \\ 4a^2 - a^2 \neq 0 \Rightarrow a \neq 0 \end{cases}$$

Impossível

Resp: $X = \begin{pmatrix} a & b \\ -a^2/b & -a \end{pmatrix}$, $b \neq 0$, ou $X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ c & 0 \end{pmatrix}$, ou $X = \begin{pmatrix} 0 & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

8

$S_c = \pi R h$



$$\begin{cases} r^2 = h(2R-h) \\ r = \sqrt{2Rh-h^2} \\ r^2+h^2 = 2Rh \end{cases}$$

$\boxed{S_L = \pi r g}$

$S_L = \frac{2\pi r}{g} \cdot \frac{g^2}{2} = \pi r g = \pi r \sqrt{r^2+h^2}$

1ª possib. $\pi r \sqrt{r^2+h^2} = 2\pi R(2R-h)$ (A)

2ª possib. $\pi r \sqrt{r^2+h^2} = 2\pi R h$ (B)

(A) $\sqrt{2Rh-h^2}\sqrt{2Rh} = 2R(2R-h)$

$(2Rh-h^2)\cancel{2}Rh = \cancel{4}^{2}R^2(2R-h)^2$

$\cancel{2Rh^2}-h^3 = 8R^3-8R^2h+\cancel{2Rh^2}$

$h^3-8R^2h+8R^3=0$

$\left(\frac{h}{R}\right)^3 - 8\left(\frac{h}{R}\right)+8=0$

$\underbrace{x^3-8x+8}_{p(x)}=0$

$p(0)=8$

$p(2)=0$

$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -8 & 8 \\ \hline 2 & 1 & 2 & -4 & 0 \end{array}$

$x^2+2x-4=0$

$\Delta=20$

$h(\cancel{2R-h})\cancel{2}Rh = \cancel{4}^{2}R^2(2R-h)^{\cancel{2}}$ (pois $h \neq 2R$ [illegible])

$h^2 = 2R(2R-h)$

$h^2+2Rh-4R^2=0$

$h = \frac{-2R \oplus \sqrt{4R^2+16R^2}}{2} = \frac{-2R+2\sqrt{5}R}{2} = R(\sqrt{5}-1)$

(B) $\sqrt{2Rh-h^2}\sqrt{2Rh} = 2Rh$

$(2Rh-h^2) \cdot 2Rh = 4R^2h^2$

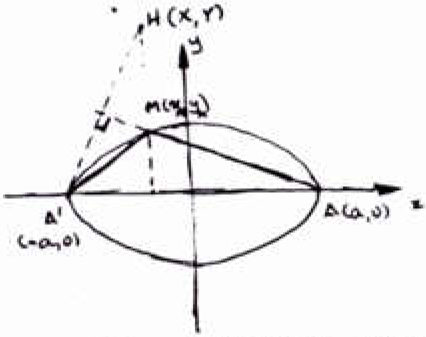
$2Rh-h^2 = 2Rh$

$h^2=0 \Rightarrow h=0$ Impossível

(é claro pela figura)

Resp: $\boxed{h = R(\sqrt{5}-1)}$

9



$M \in$ elipse: $\frac{x_M^2}{a^2}+\frac{y_M^2}{b^2}=1$ (I)

$\overleftrightarrow{AM}: y = \frac{y_M}{x_M-a}(x-a)$

$\overleftrightarrow{A'H}: y = \frac{a-x_M}{y_M}(x+a)$; $\overleftrightarrow{MH}: x = x_M$

$\{H(X,Y)\} = \overleftrightarrow{A'H} \cap \overleftrightarrow{MH}: \begin{cases} Y = \frac{a-x_M}{y_M}(X+a) \\ X = x_M \end{cases}$ (III) $\Rightarrow y_M = \frac{a-X}{Y}(X+a)$ (II)

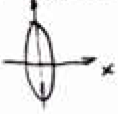
(II) e (III) em (I): $\frac{X^2}{a^2}+\frac{(a-X)^2(X+a)^2}{b^2Y^2}=1 \Rightarrow b^2X^2Y^2+a^2(X^2-a^2)^2 = a^2b^2Y^2$

$b^2Y^2(X^2-a^2)+a^2(X^2-a^2)^2=0$; como $X=\pm a$ não serve, pois não haveria triângulo

$b^2Y^2+a^2(X^2-a^2)=0 \Leftrightarrow b^2Y^2+a^2X^2=a^4 \Leftrightarrow \frac{X^2}{a^2}+\frac{Y^2}{a^4/b^2}=1$ (ELIPSE, exceto os pontos (a,0) e (−a,0))

de semi-eixo maior $a' = \frac{a^2}{b}$ e semi-eixo menor $b'=a$ (notar que realmente $a'>b'$)

Dist. focal: $2c' = 2\sqrt{\frac{a^4}{b^2}-a^2} = 2\sqrt{\frac{a^2}{b^2}(a^2-b^2)} = 2\frac{ac}{b}$



(focos no eixo Y)

$\boxed{10}$ $f(x) = x\sqrt{|x^2-2|}$, $x \geq 0$

Temos: $f(x) = \begin{cases} x\sqrt{x^2-2}, & x \geq \sqrt{2} \\ x\sqrt{2-x^2}, & 0 \leq x \leq \sqrt{2} \end{cases}$

i)

$$f'(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-2} + x \cdot \dfrac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{x^2-2}} = \dfrac{2(x^2-1)}{\sqrt{x^2-2}}, & x > \sqrt{2} \\ \sqrt{2-x^2} + x \cdot \dfrac{-\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{2-x^2}} = \dfrac{-2(x^2-1)}{\sqrt{2-x^2}}, & 0 < x < \sqrt{2} \end{cases}$$

Também: $f'_+(0) = \sqrt{2}$; $\lim_{x \to \sqrt{2}^+} f' = +\infty$; $\lim_{x \to \sqrt{2}^-} f' = -\infty$

Ponto Crítico:

$f'(x) = 0 \to \boxed{x = 1}$

$\nexists f'(x) \to \boxed{x = \sqrt{2}}$

	0		1		$\sqrt{2}$	
f'		+	0	−	$\nexists$	+
f		est. cresc.		est. decresc.		est. cresc.

é cont.

f tem um máx. local p/ $x = 1$ (valor máx. = 1) e um mín. local p/ $x = \sqrt{2}$ (valor mín. = 0). OBS: p/ $x=0$ há um mínimo absoluto, que não é local por estar numa extremidade do domínio.

ii)

$$f''(x) = \begin{cases} \cancel{2}(x^2-1)\left(-\dfrac{1}{\cancel{2}}\right)(x^2-2)^{-3/2}(2x) + 2 \cdot 2x \cdot (x^2-2)^{-1/2} = 2x \cdot (x^2-2)^{-3/2}[1-x^2+2x^2-4] = \\ = \dfrac{2x(x^2-3)}{\sqrt{(x^2-2)^3}}, \quad x > \sqrt{2} \\ (\cancel{-2})(x^2-1)\left(-\dfrac{1}{\cancel{2}}\right)(2-x^2)^{-3/2}(-2x) - 2 \cdot 2x \cdot (2-x^2)^{-1/2} = -2x(2-x^2)^{-3/2}[x^2-1+4-2x^2] = \\ = \dfrac{2x(x^2-3)}{\sqrt{(2-x^2)^3}}, \quad 0 < x < \sqrt{2} \end{cases}$$

Ponto Crítico p/ Inflexão

$f''(x) = 0 \to \boxed{x = \sqrt{3}}$

$\nexists f''(x) \to \boxed{x = \sqrt{2}}$

p/ inflexão

	0		$\sqrt{2}$		$\sqrt{3}$	
f''		−	$\nexists$	−	0	+
f		est. côncava		est. côncava		est. convexa

há reta tangente

f tem um ponto de inflexão p/ $x = \sqrt{3}$ ($y = \sqrt{3}$) (se o domínio de f fosse $\mathbb{R}$, haveria tb um ponto de inflexão p/ $x = 0$)

iii) $\boxed{\text{Gráfico}}$